

Séquence 2 – Proportionnalité / Grandeurs composées

Objectifs

1. Reconnaître si des relations exprimées par des formules sont proportionnelles ou non
2. Reconnaître si des relations exprimées par des graphiques sont proportionnelles ou non
3. Reconnaître si des relations exprimées par des tableaux sont proportionnelles ou non
4. Calculer et utiliser un coefficient de proportionnalité
5. Résoudre des problèmes de recherche de quatrième proportionnelle
6. Résoudre des problèmes de pourcentage
7. Mener des calculs impliquant des grandeurs mesurables, notamment des grandeurs composées, en conservant les unités
8. Vérifier la cohérence des résultats du point de vue des unités
9. Calculer et utiliser des grandeurs produits et des grandeurs quotients



Léonard de Pise dit Fibonacci - Italien (1170 ; 1250)

Mathématicien italien né à Pise, Léonardo Bonacci accompagne son père en Algérie pour être initié à l'arithmétique utile à un futur marchand. A cette époque, l'Italie utilise encore les chiffres romains. Il découvre en Afrique de Nord, la numération de position et le calcul indo-arabe. Ses voyages s'étendent par la suite sur toute la méditerranée, en Syrie, en Grèce, en Egypte... Il rencontre savants et scientifiques qui lui enseignent les savoirs du passé encore inconnus du monde occidental. A son retour en Italie, vers 1200, il se consacre à l'écriture de plusieurs ouvrages véritables passerelles de connaissances scientifiques entre deux civilisations.

Il rassemble des méthodes de calcul des opérations élémentaires, des résultats d'algèbre sur les racines carrées et cubiques, ...

Il invente la suite de Fibonacci : 1 - 1 - 2 - 3 - 5 - 8 - 13 - 21 - ..., dont chaque terme à partir du 3ème est la somme des deux précédents.

Ses ouvrages d'un niveau trop élevé pour l'époque ne furent pas étudiés à l'école.

Après Fibonacci, suivit une longue période (le moyen âge) où les recherches mathématiques restèrent au point mort.

I. Situation proportionnelle ou non

Exemple : Le théâtre du soleil propose deux tarifs d'abonnement A et B.

Voici un tableau des dépenses en fonctions des tarifs et du nombre de spectacles auxquels une personne assiste.

Nombre de spectacles	1	2	5	10
Prix en € avec le tarif A	20	40	100	200
Prix en € avec le tarif B	85	90	105	130

1. a) Le prix avec le tarif A est-il proportionnel au nombre de spectacles ?
Justifier.

.....

..... donc, dans le cas du tarif A,

.....

b) Le prix avec le tarif B est-il proportionnel au nombre de spectacles ?
Justifier.

.....

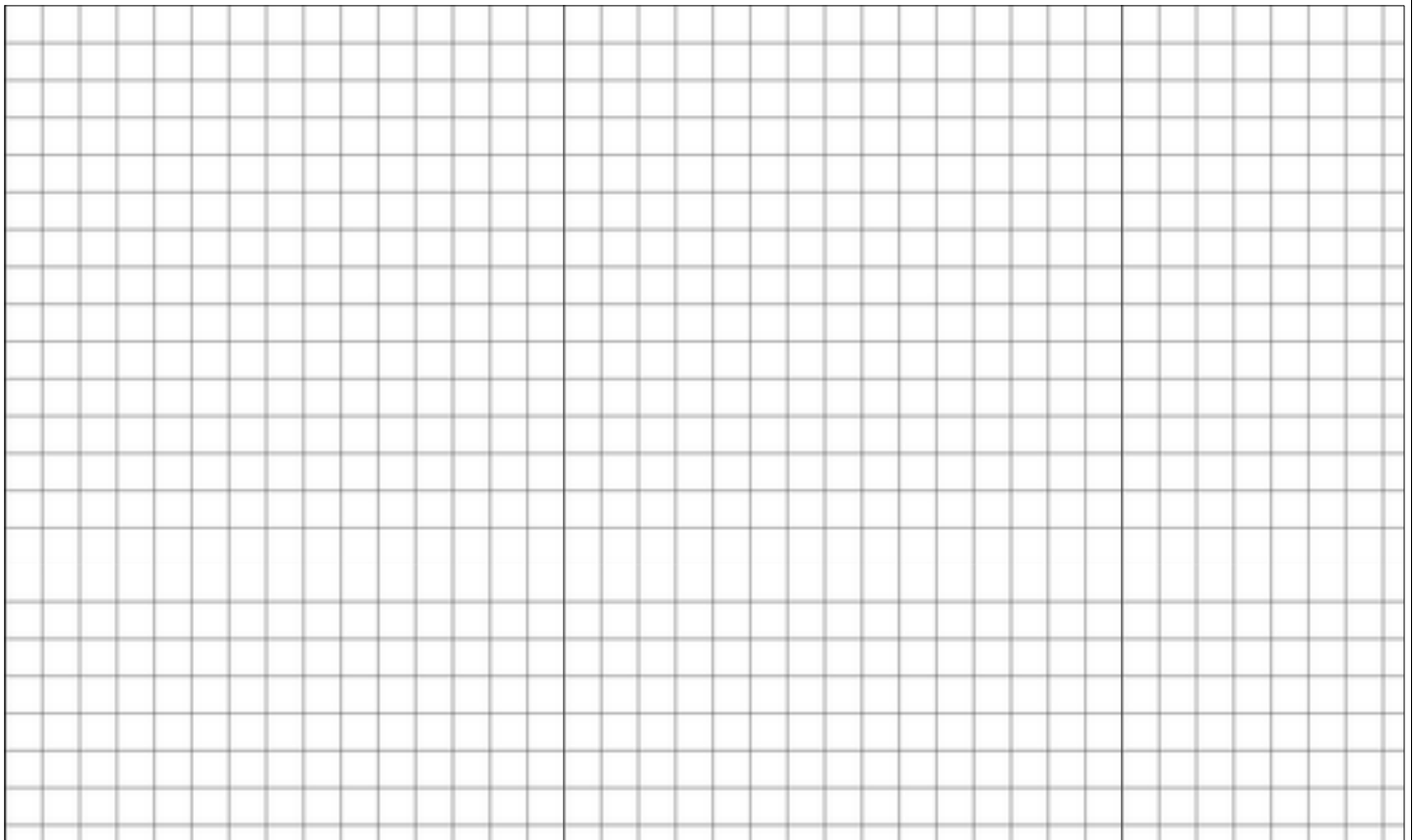
..... donc, dans le cas du tarif B,

.....

II. Représentation graphique

Exemple (suite)

2. Représenter, sur un même graphique, le prix en € en fonction du nombre de spectacles dans le cas du tarif A, dans le cas du tarif B.



La représentation graphique d'une situation de proportionnalité est

.....
représente une situation de proportionnalité.

III. Comment compléter un tableau de proportionnalité

Exemple 1 - On utilise les propriétés du tableau de proportionnalité

2 kg de pêches coûtent 7 €. Quelle quantité de pêches a-t-on pour 28 € ? 35 € ?

Prix en euros	7	28	35
Masse de pêches en kg	2	8	10

Diagram illustrating the completion of a proportionality table for peaches. The table shows the relationship between price (euros) and mass (kg). The first row is 'Prix en euros' with values 7, 28, and 35. The second row is 'Masse de pêches en kg' with values 2, 8, and 10. A multiplier of $\times 4$ is shown above the table, indicating that the price 28 is 4 times 7, and the mass 8 is 4 times 2. A multiplier of $\times 4$ is shown below the table, indicating that the price 35 is 4 times 7 plus 7, and the mass 10 is 4 times 2 plus 2. The calculation $35 = 28 + 7$ is shown in a box to the right of the table, and $2 + 8 = 10$ is shown in a box below the table.

Exemple 2 - On utilise le coefficient de proportionnalité

2 h correspondent à 120 min. A combien correspondent 1 h 30 min ? 2 h 30 min ?

1 h 30 min = 1,5 h et 2 h 30 min = 2,5 h

Durée en heures	2	1,5	2,5
Durée en minutes	120	90	150

Diagram illustrating the completion of a proportionality table for duration. The table shows the relationship between duration in hours and duration in minutes. The first row is 'Durée en heures' with values 2, 1,5, and 2,5. The second row is 'Durée en minutes' with values 120, 90, and 150. A multiplier of $\times 60$ is shown to the right of the table, indicating that the duration in minutes is 60 times the duration in hours.

Exemple 3 - On utilise la quatrième de proportionnelle

Combien coûtent 8 stylos ?

Nombres de stylos achetés	5	8
Prix en euros	6	a

C'est une situation de proportionnalité et on peut appliquer l'égalité des produits en croix :

$$5 \times a = 6 \times 8$$

Puis calculer la quatrième proportionnelle a :

$$a = \frac{6 \times 8}{5} = 9,6$$

Le prix de 8 stylos est de 9,60 €.

IV. Manipuler les grandeurs produits et les grandeurs quotients

A. Grandeur quotient

Une grandeur quotient est obtenu

Exemple 1 – Calculer une vitesse :

Un cycliste a parcouru 120 km en 3 h 30 min. Quelle a été sa vitesse moyenne ?

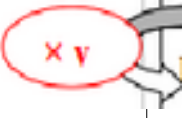
.....

Elle s'exprime en km/h ou en m/s

.....

La vitesse de ce cycliste est environ

A l'aide d'un tableau de proportionnalité :



Distance parcourue en km	120	?
Durée en heures	3,5	

Exemple 2 – Calculer une distance :

Un piéton a marché à la vitesse de 1,5 m/s pendant 40 s. Quelle distance a-t-il parcouru ?

Distance parcourue en m	1,5	d
Durée en secondes	1	40

.....

Le piéton a parcouru

Exemple 3 – Calculer une durée :

Un avion parcourt 4100 km à la vitesse de 820 km/h. Combien de temps a-t-il volé ?

Distance parcourue en km	820	4100
Durée en heures	1	t

Le vol dure

B. Grandeur produit

Une grandeur produit est obtenue

Exemple :

Un réfrigérateur de 300 W fonctionne en moyenne 8 heures par jour.

Energie électrique(wattheures) = puissance (Watt) × durée (heures)

- Calculer l'énergie consommée en une année par ce réfrigérateur.

$$E = P \times t$$

$$E = 300 \times 8 \times 365$$

$$E = 876\ 000$$

L'énergie consommée en une année par ce réfrigérateur est 876 000 Wh soit 876 kWh.

- Sachant que le prix d'un kilowattheure est 0,098 €, calculer le coût annuel de consommation électrique de ce réfrigérateur.

$$876 \times 0,098 = 85,848$$

Le coût annuel de consommation de ce réfrigérateur est 85,848 €.

V. Les pourcentages

A. Déterminer un pourcentage

Déterminer un pourcentage c'est déterminer

Exemple :

Sur 550 élèves, 231 sont externes.

Nombre d'externes	231	x
Nombre total d'élèves	550	100

Effectuons une 4^e de proportionnelle :

$$x = \frac{231 \times 100}{550} = 42$$

Il y a donc 42 % d'externes.

B. Appliquer un pourcentage

Appliquer un taux de t %

Exemple :

Dans une classe de 30 élèves, 60 % pratiquent un sport.

On calcule : $30 \times \frac{60}{100} = 30 \times 0,60 = 18$

Il y a donc 18 élèves qui pratiquent un sport.